

POTENZE

1. Prodotto di POTENZE con la STESSA BASE = POTENZA con la STESSA BASE e come ESPONENTE la SOMMA degli ESPONENTI

a^m : a = base; m = esponente

ES: $3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^7 = \text{base: } 3 \quad \text{esponente} = 2 + 3 + 7 = 12 \Rightarrow 3^{12}$

verifica

$$\underbrace{3 \cdot 3}_{3^2} \cdot \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3}_{3^3} \cdot \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{3^7} = 3^{12} = 531 \cdot 441$$
$$9 \cdot 27 \cdot 2187 = 531 \cdot 441$$

$2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$ verificiamo $2^3 = 8$; $2^5 = 32 \Rightarrow 8 \cdot 32 = 256$

$2^8 = 256$ c.v.d. $(\overset{1}{2} \cdot \overset{2}{2} \cdot \overset{3}{2} \cdot \overset{4}{2} \cdot \overset{5}{2} \cdot \overset{6}{2} \cdot \overset{7}{2} \cdot \overset{8}{2})$

• Ricordo: gli ESONENTI delle potenze con la stessa base moltiplicate fra loro vanno:

SOMMATI e NON MOLTIPLICATI fra loro

$$a^m \cdot a^n \cdot a^p = a^{m+n+p}$$

• Attenzione:

$8^7 \cdot 8^2 \cdot 8 = 8^{7+2+1} \Rightarrow 8^{10}$ La base con esponente 1 non viene evidenziato!

$a^3 \cdot a^2 \cdot a = a^{3+2+1} = a^6$

$a^2 b \cdot a^3 b^3 \cdot a b^4 \cdot a$ = risolviamo il prodotto mettendo in ordine le lettere, ottenendo:

vicinamente una moltiplicazione equivalente a quello iniziale. Ho solo riordinato i termini

$$a^2 \cdot a^3 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b^3 \cdot b^4 = \text{sommo gli ESPONENTI} \Rightarrow a^{2+3+1+1} \cdot b^{1+3+4} = a^7 b^8$$

$3 \cdot 9 \cdot 27 = 3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 = 3^{1+2+3} = 3^6 = 729$... verifico...

$27 \cdot 27 = 729$ c.v.d.

$\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \left(\frac{1}{4}\right)^{2+4} = \left(\frac{1}{4}\right)^6 = \frac{1}{4^6} = \frac{1}{4096}$... verifico...

$\frac{1}{16} \cdot \frac{1}{256} = \frac{1}{4096}$ c.v.d.

• Esponente NEGATIVO:

$a^3 \cdot a^{-2} = a^{3+(-2)} = a^{3-2} = a^1 = a$

$3^3 \cdot 3^2 \cdot 3^{-2} = 3^{3+2-2} = 3^3 = 27$ verifico...

$27 \cdot 9 \cdot \frac{1}{9} = 27$ c.v.d.

2. QUOZIENTE di POTENZE con la STESSA BASE = una POTENZA avente come BASE la STESSA BASE e come ESPONENTE la DIFFERENZA degli ESPONENTI

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

•₁₀ ES : $2^3 : 2^2 = \frac{2^3}{2^2} = 2^{3-2} = 2^1 = 2$

•₁₁ $2^2 : 2^3 = 2^{2-3} = 2^{-1}$ **Ricorda:** che una POTENZA con esponente negativo è uguale al RECIPROCO della base ed hanno lo stesso esponente PRIVO però del Segno MENO

$$\Rightarrow 2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$$

•₁₂ $\pi^3 : \pi^{10} = \pi^{3-10} = \pi^{-7} = \frac{1}{\pi^7}$

•₁₃ $5^{1/2} : 5^{1/3} = 5^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} = 5^{\frac{3-2}{6}} = 5^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{5} \Rightarrow$ **Ricorda:** $X^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{X^m}$: equivalenza fra potenza ed esponente ad indice frazionario e RADICE!!

•₁₄ $\left(\frac{4}{3}\right)^7 : \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \left(\frac{4}{3}\right)^{7-4} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{4^3}{3^3} = \frac{64}{27}$

•₁₅ $X^7 : X^5 : X^2 = X^{7-5-2} = X^0 = 1$ **Ricorda:** qualsiasi espressione elevata alla 0 dà come risultato 1

•₁₆ $X^7 : (X^5 : X^2) = X^7 : (X^{5-2}) = X^7 : X^3 = X^{7-3} = X^4$ **Ricorda:** Attenzione all'ordine delle operazioni

•₁₇ $(a^3 b^4 \cdot a^4 b^2) : (a^3 \cdot a b^3) = (a^{3+4} \cdot b^{4+2}) : (a^{3+1} \cdot b^{3+1}) = a^7 b^6 : a^4 b^4 = a^{7-4} b^{6-4} = a^3 b^2$

•₁₈ $\left(\frac{2^3}{2} \cdot \frac{8}{1}\right) : \left(\frac{8}{9} \cdot \frac{27}{4}\right) = \frac{3}{2} : \left(\frac{8}{9} \cdot \frac{4}{27}\right) = \frac{3}{2} : \frac{32}{81} = \frac{3}{2} \cdot \frac{243}{32} = \frac{3 \cdot 3^5}{2 \cdot 2^5} = \frac{3^6}{2^6}$

... oppure...

Mi ero dimenticato che era una DIVISIONE e non un PRODOTTO!!

$$\left(\frac{3^3}{2^4} \cdot \frac{2^3}{3^2}\right) : \left(\frac{2^3}{3^2} \cdot \frac{3^3}{2^2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right) : \left(\frac{2^3}{3^2} \cdot \frac{2^2}{3^3}\right) = \left(\frac{3}{2}\right) : \left(\frac{2^{3+2}}{3^{2+3}}\right) = \frac{3}{2} : \frac{2^5}{3^5} =$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{3^5}{2^5} = \frac{3^{1+5}}{2^{1+5}} = \frac{3^6}{2^6}$$

•₁₉ $(xy^3 \cdot x^2 y) : (x^2 y \cdot xy^4) = (x^{1+2} \cdot y^{3+1}) : (x^{2+1} \cdot y^{1+4}) = x^3 y^4 : x^3 y^5 = x^{3-3} y^{4-5} = x^0 y^{-1} = 1 \cdot y^{-1} = \frac{1}{y}$

3. La POTENZA di una POTENZA = è una POTENZA avente come BASE la STESSA BASE e come ESPONENTE il PRODOTTO degli ESPONENTI P.3

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

•₂₀ $(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 64$
 $\hookrightarrow 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^{2+2+2} = 2^6$

•₂₁ $(5^9)^5 = 5^{9 \cdot 5} = 5^{45}$

•₂₂ $((a^m)^n)^p = a^{m \cdot n \cdot p}$

•₂₃ $(3^2)^{-3} = 3^{2 \cdot (-3)} = 3^{-6} = \frac{1}{3^6}$ oppure $= \left(\frac{1}{3}\right)^6$

•₂₄ $(-3^2)^4 = (-3)^{2 \cdot 4} = (-3)^8 = 6.561$
 $= -3 \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$
 $\begin{matrix} +9 & -27 & +81 & -243 & +729 & -2187 \\ +6.561 & & & & & \\ \cdot (-3) & = & +6.561 & & & \end{matrix}$

•₂₅ $(-3^3)^3 = (-3)^{3 \cdot 3} = (-3)^9 = -19.683$ Attenzione ai SEGNI dentro parentesi !!!

•₂₆ $(3^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{4}} = 3^{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

•₂₇ $\left[\left(\frac{8}{21}\right)^7\right]^4 = \left(\frac{8}{21}\right)^{7 \cdot 4} = \left(\frac{8}{21}\right)^{28}$

•₂₈ $(a^2 b c^3)^2 = (a^2)^2 \cdot (b)^2 \cdot (c^3)^2 = a^{2 \cdot 2} b^{1 \cdot 2} c^{3 \cdot 2} = a^4 b^2 c^6$

•₂₉ $(b^3)^2 \cdot (b^2)^3 = b^{3 \cdot 2} \cdot b^{2 \cdot 3} = b^6 \cdot b^6 = b^{6+6} = b^{12}$

•₃₀ $(x^2 y \cdot x^3 y^2)^3 : (x^5 y^5 \cdot x^3 y^2)^2 = (x^{2+3} y^{1+2})^3 : (x^{5+3} y^{5+2})^2 =$

$$(x^5 y^3)^3 : (x^8 y^7)^2 = (x^{5 \cdot 3} y^{3 \cdot 3}) : (x^{8 \cdot 2} y^{7 \cdot 2}) = x^{15} y^9 : x^{16} y^{14} = x^{15-16} y^{9-14} = x^{-1} y^{-5}$$

$$= \frac{1}{xy^5}$$

•_{30 bis} $(x^2 y \cdot x^3 y^2)^3 : (x^5 y^5 : x^3 y^2)^2 = (x^5 y^3)^3 : (x^2 y^3)^2 = x^{15} y^9 : x^4 y^6 = x^{15-4} y^{9-6} = x^{11} y^3$

4. Prodotto di POTENZE con ESPONENTI UGUALI = è una POTENZA che come BASE ha il prodotto delle basi e come ESPONENTE lo STESSO ESPONENTE

$$(a)^m \cdot (b)^m = (a \cdot b)^m$$

•₃₁ $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 3 \cdot 5)^3 = 30^3 = 27.000$ verifico: $8 \cdot 27 \cdot 125 = 27.000$ c.v.d.

•₃₂ $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{-2} : \left(\frac{1}{9}\right)^{-2} = \left(-\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} \cdot 9\right)^{-2} = (-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$

•₃₃ $\left(1 + \frac{3}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{8}{5}\right)^{-2} : (2^{-1} + 1)^{-2} = \left(\frac{8}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{8}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{1}{2} + 1\right)^{-2} =$

$$\left(\frac{5}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

•₃₄ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{2} \cdot \left[-\frac{4}{3}\right] \cdot \frac{5}{2}\right) = 1 \cdot (-1) \cdot 5 = -5$

P.4 $\frac{2^2 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 3^3} \cdot 2^0 = \frac{(2 \cdot 3)^2}{(2 \cdot 3)^3} \cdot 1 = \frac{6^2}{6^3} = \frac{1}{6} \left[= \frac{1}{6^{3-2}} \right]$

$\frac{3}{2}^{-3} : \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{2}{3} \left[-\frac{3}{2}\right]\right)^3 = -1$ $\rightarrow (-1)^3$

5. QUOZIENTE di POTENZE con ESPONENTI UGUALI: è una POTENZA che come BASE ha il quoziente delle basi e come ESPONENTE lo stesso ESPONENTE

$$\left(\frac{a^m}{b^m}\right) = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$\frac{2^3}{3^3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$ $\frac{49^3}{7^3} = \left(\frac{49}{7}\right)^3 = (7)^3 = 343$

$\left(-\frac{4}{5}\right)^{-2} : \left(-\frac{2}{15}\right)^{-2} = \left(-\frac{4}{5} : \left[-\frac{2}{15}\right]\right)^{-2} = \left(-\frac{4^2}{5} : \left[-\frac{15}{2}\right]\right)^{-2} = \left[(-2)(-3)\right]^{-2} = (6)^{-2} = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$

$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} : \left[-\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}\right] = \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} : \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}\right] = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}\right)^{-3} = (1)^{-3} = 1$

$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} : \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left[\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)\right]^{-3} = (-1)^{-3} = -1$

$\left(\frac{6 \cdot 10^2}{4 \cdot 10^{-3}}\right)^2 = \left(\frac{2 \cdot 3 \cdot 10^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}\right)^2 = \left(\frac{3 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^{-3}}\right)^2 = \left(\frac{3}{2} \cdot 10^{2-(-3)}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot (10^5)^2 = \frac{9}{4} \cdot 10^{5 \cdot 2} = \frac{9}{4} \cdot 10^{10}$

ESERCIZI VARI:

$\left[(-5)^7 : (-5)^5\right]^2 = \left[-5^7 : \left(-\frac{1}{5}\right)^5\right]^2 = \left(\frac{5^7}{5^5}\right)^2 = (5^2)^2 = 5^4 = 625$

$\left[(-8)^5 : (-8)^2\right] \cdot (-8)^{-2} = \left[(-8)^5 : \left(+\frac{1}{8}\right)^2\right] \cdot (-8)^{-2} = \left(\frac{8^5}{8^2}\right) \cdot (-8)^{-2} = 8^3 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^2 = 8^3 \cdot \frac{1}{8^2} = 8$

$\frac{\left(1 + \frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(3 + \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{21}{4}\right)^2}{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{21}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{21}\right)^2}{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\right)^2}$

$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^3}{2^3} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{3^3}{2^3} \cdot \frac{8^2}{9^2} = \frac{3^3}{2^3} \cdot \frac{(2^3)^2}{(3^2)^2}$

$= \frac{2^3}{2^3} \cdot \frac{2^6}{3^4} = \frac{2^3}{3} = \frac{8}{3}$